
Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

Zeit: 60 Minuten

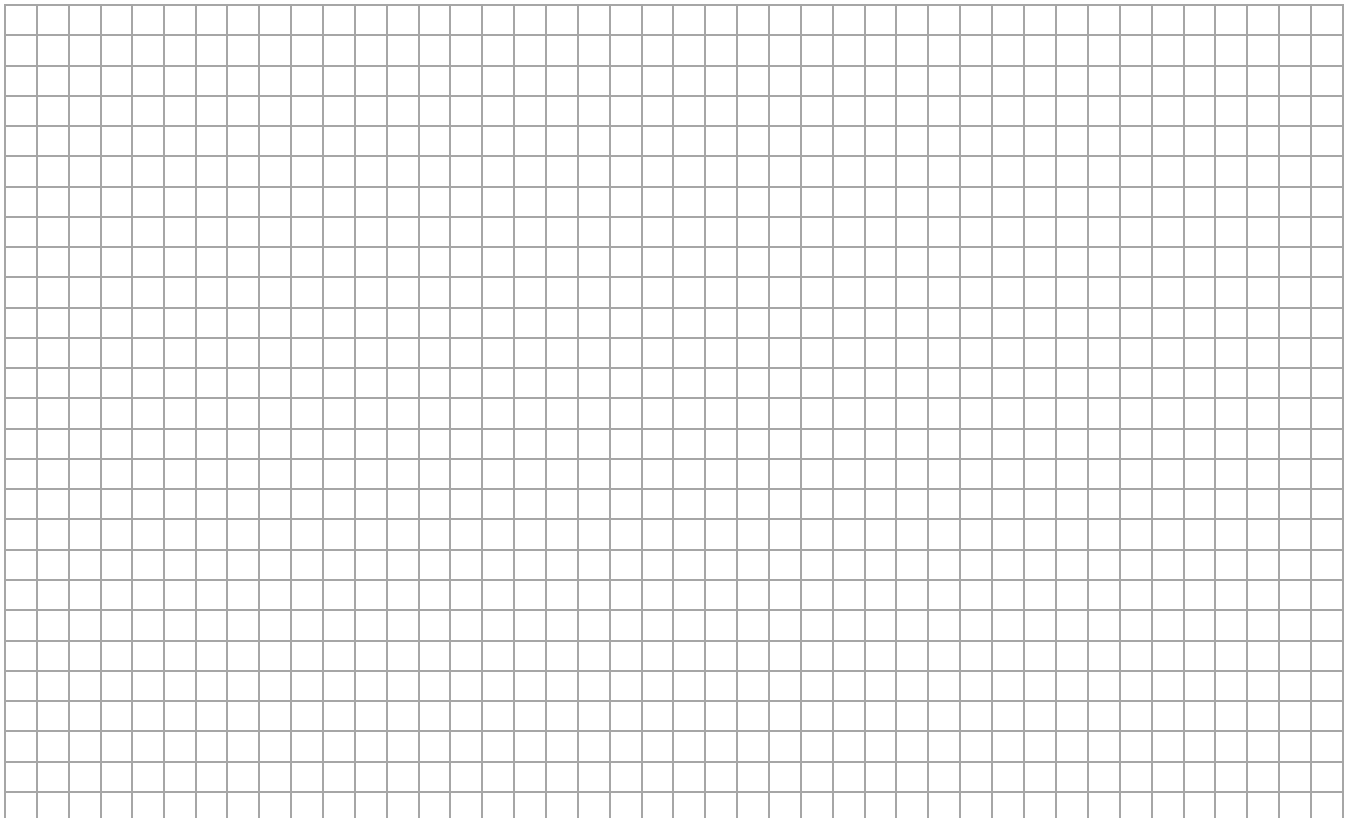
Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 28 Punkte.

-
1. (3 Punkte) Die Funktion $f(x) = 2x$ rotiert zwischen $x = 0$ und $x = 2$ um die **y-Achse**. Berechnen Sie das Rotationsvolumen. (eine Zeichnung hilft...)



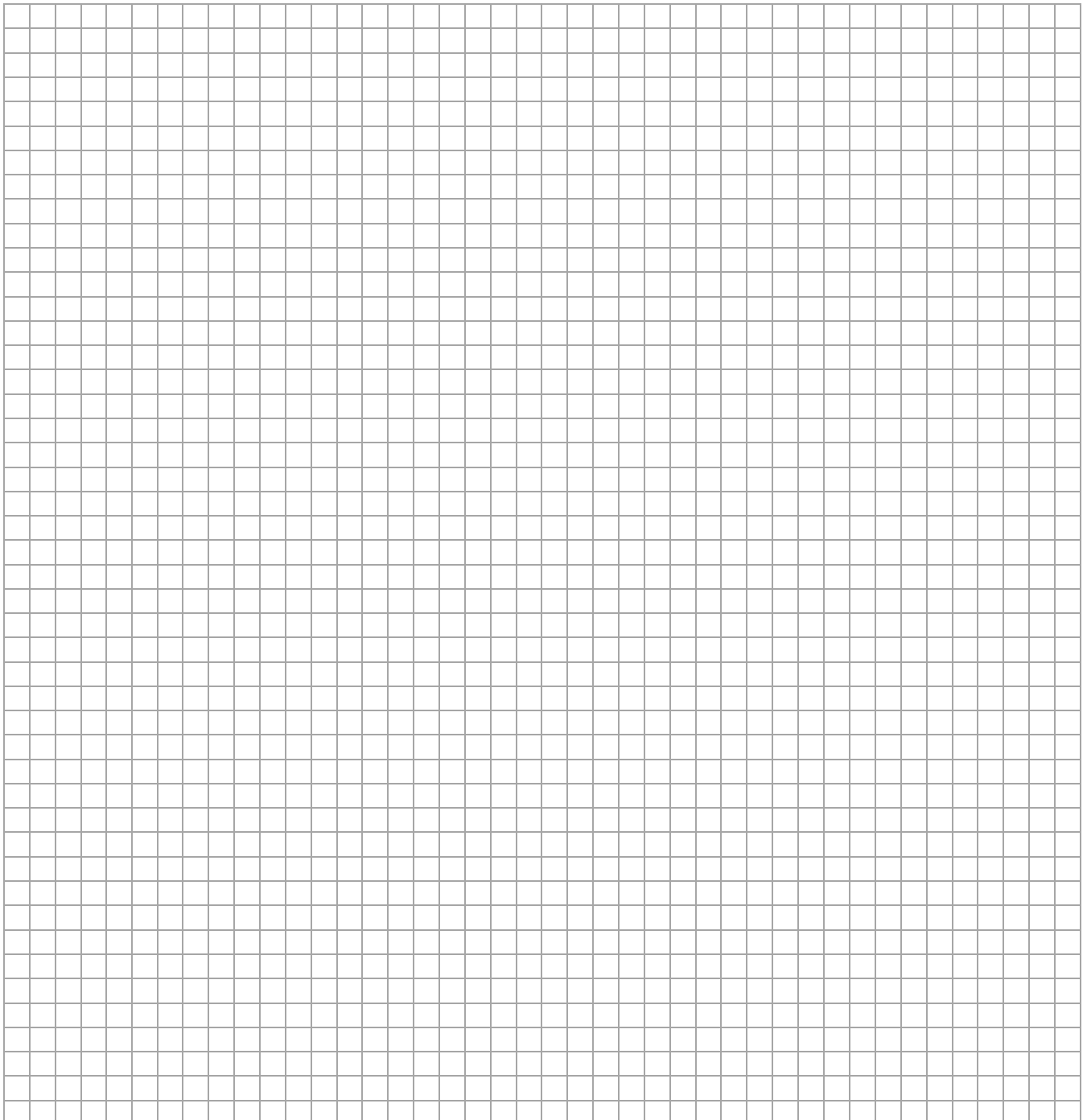
2. (8 Punkte) Berechnen Sie das **exakte** Volumen des Rotationskörpers, der durch Rotation des Graphen von f um die x -Achse im jeweils gegebenen Intervall I entsteht. Allfällige Formeln aus der Formelsammlung dürfen verwendet werden.

a) $f(x) = \sqrt{x+4}$ $I = [-4, 0]$

b) $f(x) = 3$ $I = [0, 4]$

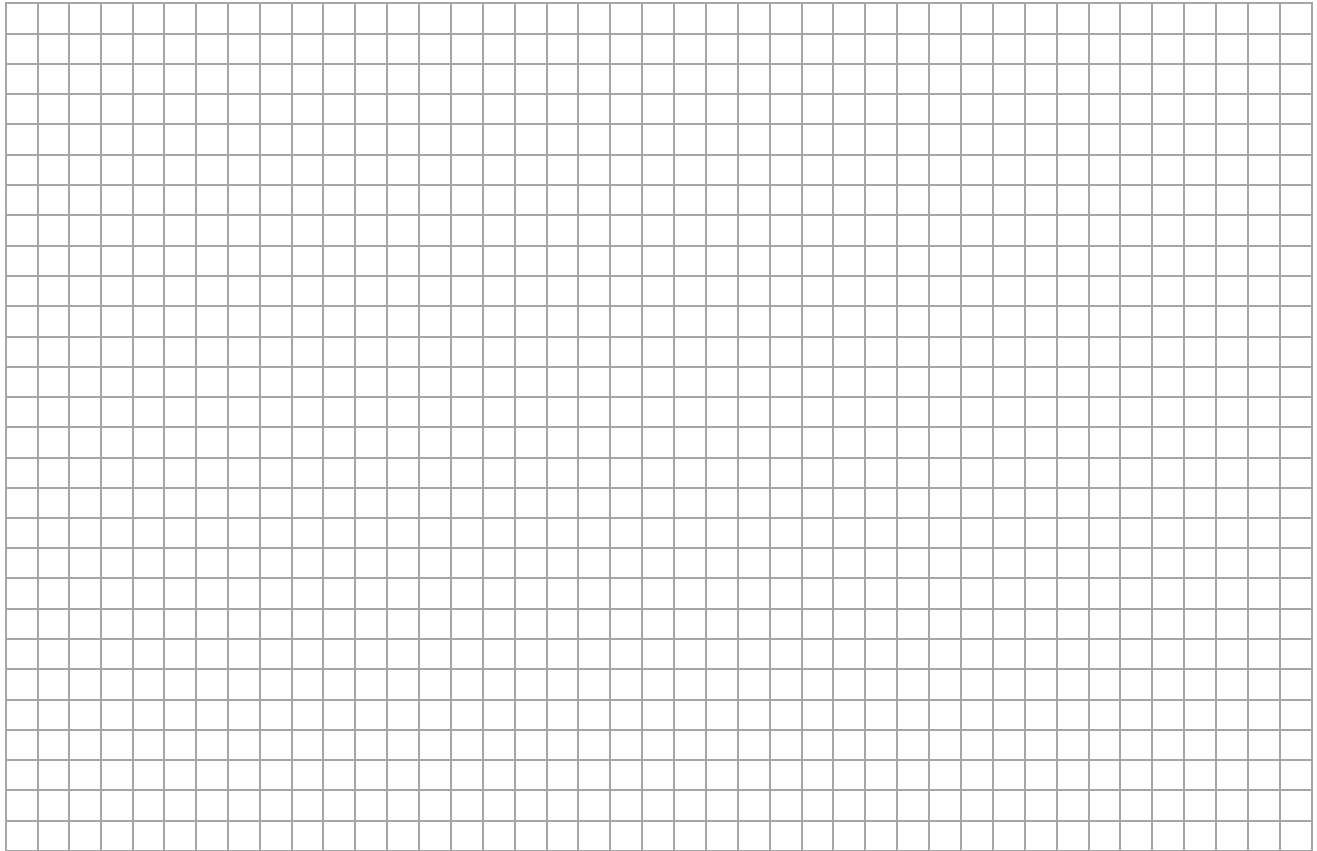
c) $f(x) = -2x + 3$ $I = [0, 1]$

d) $f(x) = -x^2 + 9$ $I = [-3, 3]$



3. (3 Punkte) Gegeben sind die Funktionen $f(x) = \sqrt{x}$ und $g(x) = \sqrt[4]{x}$.

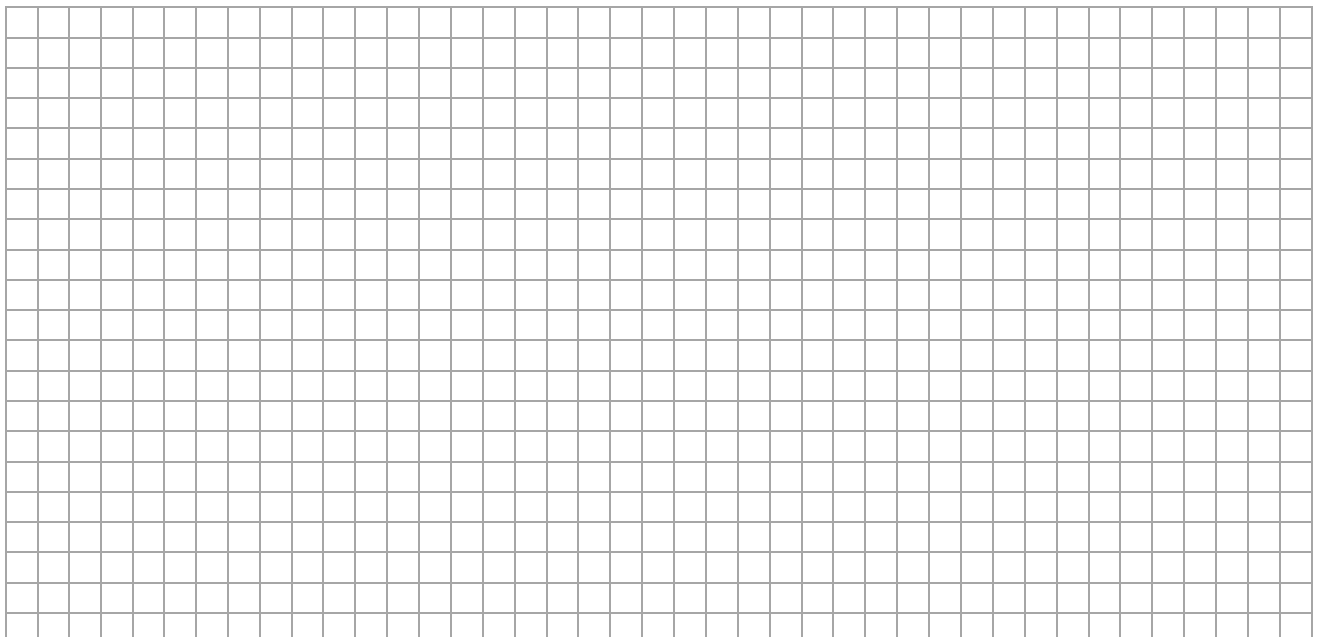
Berechnen Sie den Flächeninhalt zwischen den Funktionen im Bereich von $x = 0$ bis $x = 1$.



4. (3 Punkte) Gegeben ist die Funktion $f(x) = a \cdot e^{-a \cdot x}$. Berechnen Sie $\int_0^{\infty} f(x) dx$ für

a) $a = 1$

b) $a = 5$



5. (1+2+2+2+2+2=11 Punkte) Beim Spiel «Dart» wird mit Pfeilen auf eine Scheibe geworfen.

Wir messen hier den Abstand, den ein Pfeil von der Mitte hat. Luke, ein professioneller Dartspieler soll seinen Pfeil in die Mitte der Scheibe werfen.

Wir gehen davon aus, dass er meist in die Nähe der Mitte trifft, und nie ausserhalb von 3cm. Wir messen den Abstand x in cm eines Wurfes von der Mitte.



Wir nehmen als Dichtefunktion die folgende Funktion an:

$$f(x) = a \cdot \frac{1}{(2x + 1)^2}$$

Dabei ist x der Abstand von der Scheibe in cm. Und a ein Parameter, der nun bestimmt werden soll.

- Skizzieren Sie die Funktion zwischen $x=0$ und $x=3$ für den Parameterwert $a = 1$.
- Bestimmen Sie eine Stammfunktion zu $f(x)$.
Sollten Sie das nicht schaffen, arbeiten Sie mit der Dichtefunktion $f(x) = a \cdot (x - 3)^3$. Dann gibt es bei b aber höchstens 0.5 Punkte.
- Bestimmen Sie a so, dass

$$\int_0^3 f(x) dx = 1$$

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Abstand von der Mitte kleiner als 1cm ist?
- Nun nehmen wir an, der Abstand von der Mitte sei normalverteilt mit $\mu = 0.64$ und $\sigma = 0.68$. Wie gross ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass der Abstand von der Mitte zwischen 0 und 1 cm liegt? (Zur Klarstellung, die Mitte liegt weiterhin bei $x=0$.)
- Wir gehen wieder von der obigen Normalverteilung aus. In welchem symmetrischen Intervall um den Erwartungswert liegen 40% der Werte?

Lösungen:

- 1) $16/3 \pi$
- 2) a) 8π b) 56π c) $13/3 \pi$ d) 259.2π
- 3) $2/15$
- 4) a) 1 b) 1
- 5) b) $\frac{-a}{2} (2x + 1)^{-1}$ c) $a=7/3$
- d) von 0 bis 1 integrieren, 0.78
- e) $\text{normalcdf}(0.64, 0.68, 0, 1)=0.53$
- f) $\text{invnormal}(0.64, 0.68, 0.7)=0.99653$, also 0.64 ± 0.357