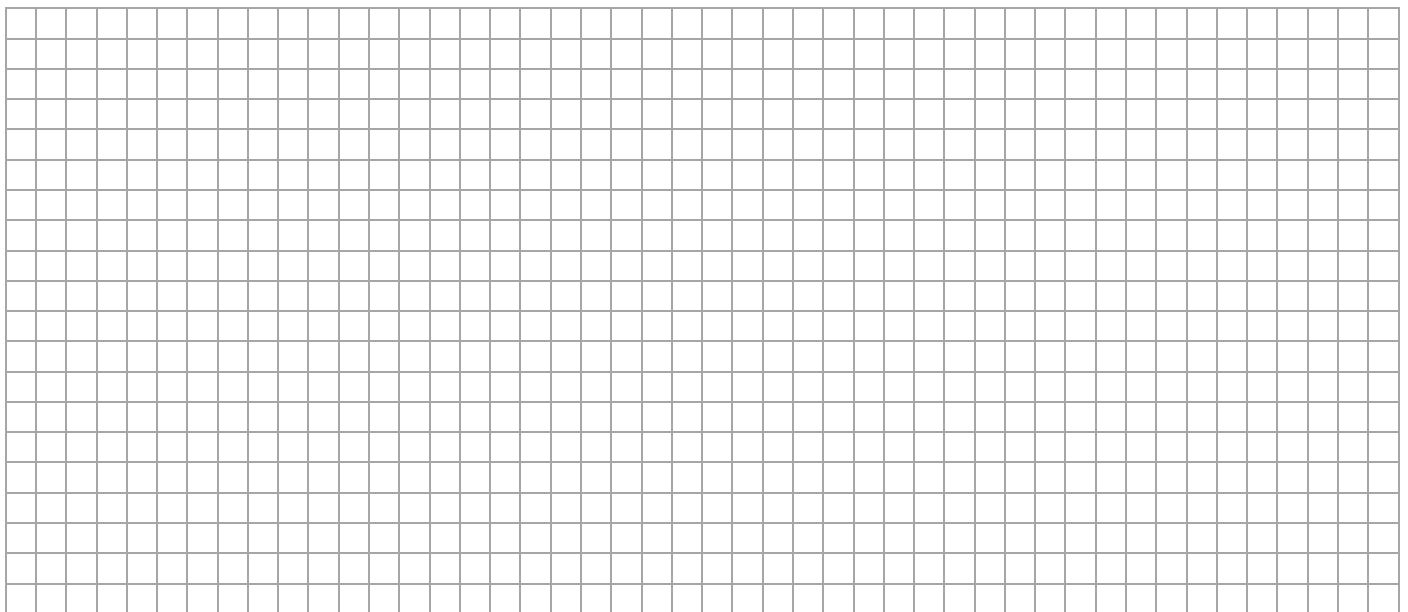

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

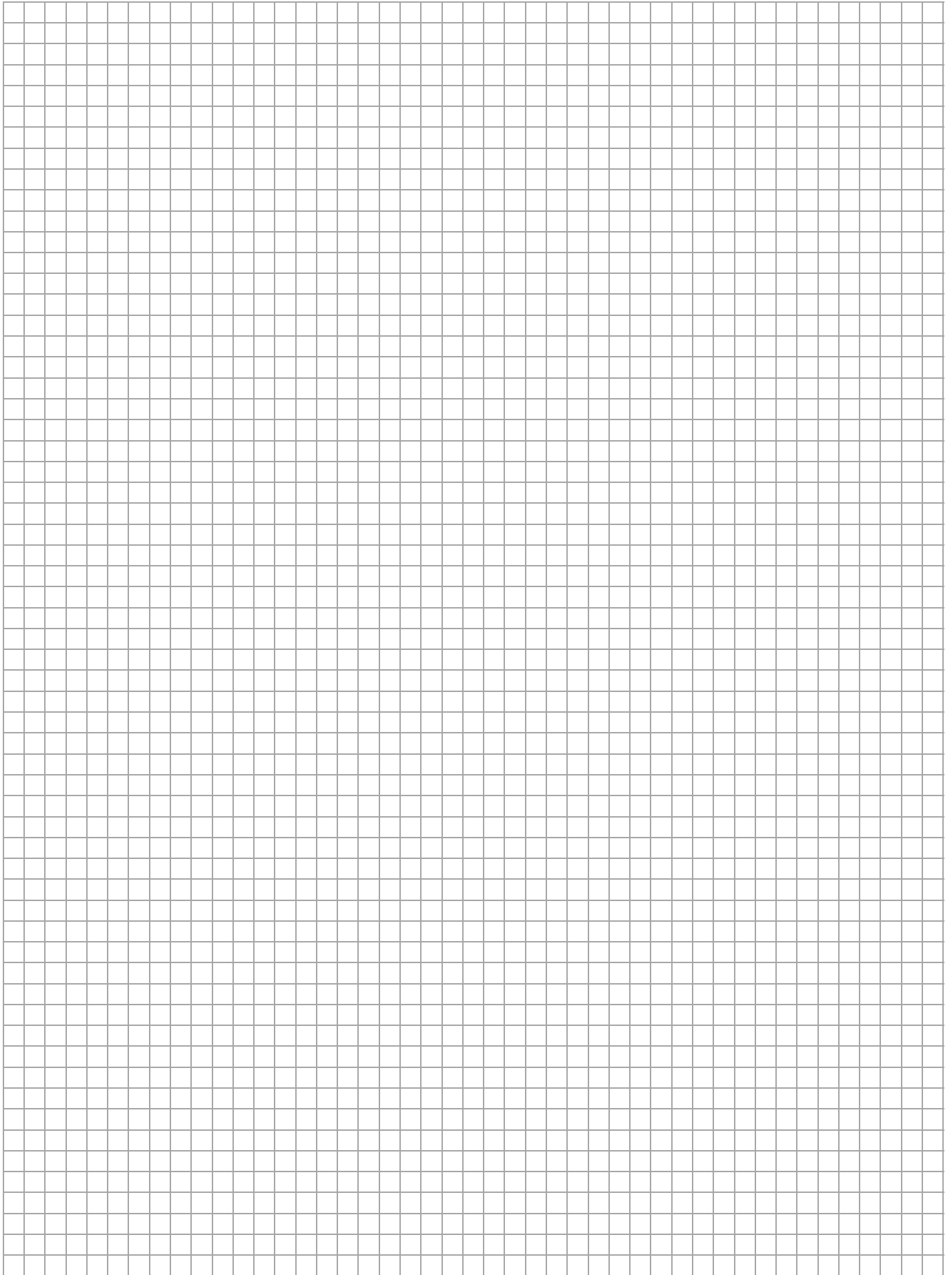
Zeit: 60 Minuten Insgesamt gibt es 19 Punkte.

Summe:

Note:

-
1. (2+4+1+3+2+3+2+2=19 Punkte) Gegeben sind die Punkte $A = (2, -1, 4)$ und $B = (-1, 5, -2)$ und $C = (2, -1, 1)$. Die Gerade g geht durch A und B . Die Gerade h geht durch die Punkte A und C .
- Oft hilft es, Skizzen anzufertigen.
- a) Bestimmen Sie den einen Schnittwinkel der beiden Geraden.
 - b) Bestimmen Sie die beiden Winkelhalbierenden der beiden Geraden.
 - c) Zeigen Sie, dass diese Winkelhalbierenden senkrecht aufeinander stehen.
 - d) Die Gerade j geht durch den Punkt C und steht senkrecht auf der Strecke AB . Sie schneidet die Strecke AB . Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Geraden.
 - e) Die Gerade f geht durch den Punkt C und halbiert die Strecke AB . Bestimmen Sie eine Gleichung für diese Gerade.
 - f) Die Gerade k geht durch B und C . Die Gerade m verläuft durch den Mittelpunkt der Strecke AB und durch den Mittelpunkt der Strecke AC . Bestimmen Sie die gegenseitige Lage von k und m .
 - g) Der Punkt S ist die Spitze einer Pyramide mit Grundfläche A, B, C . Die Gerade n durch A und S verläuft senkrecht zu g und zu h . Bestimmen Sie eine Geradengleichung von n .
 - h) Bestimmen Sie den Abstand von n zu B .

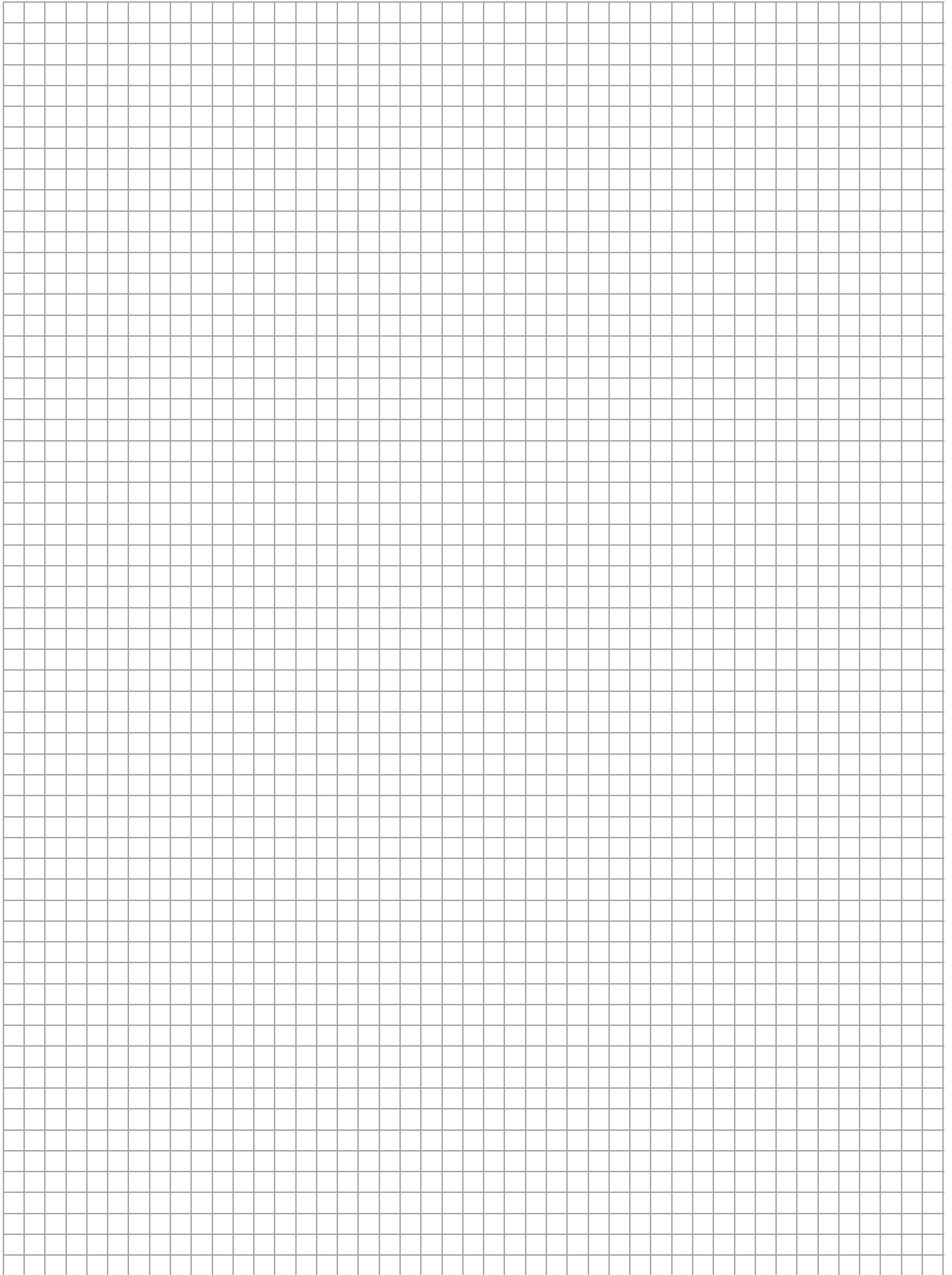


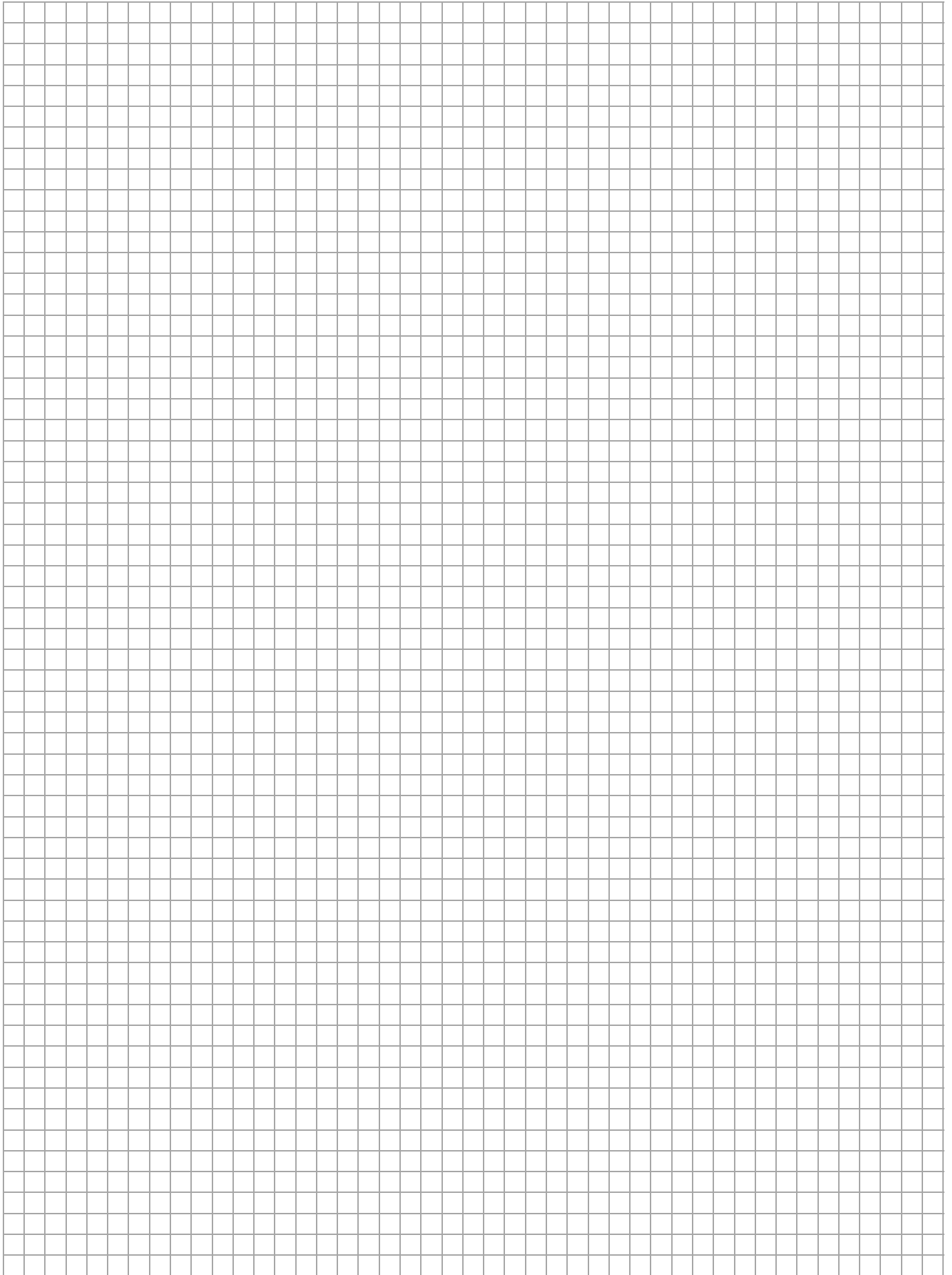


Name:

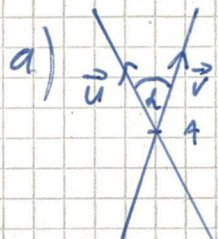
4h, Test Nr. 4

09.02.2026



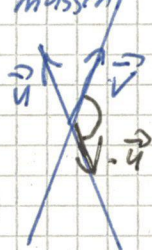


1) $\vec{u} = \vec{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix}$ $\vec{v} = \vec{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{w} = \vec{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$



a) $\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{18}{9 \cdot 3} \right) = 55.39^\circ$
 $(|\vec{u}|=9, |\vec{v}|=3)$

b) Für Vektor in Richtung der Winkelhalbierenden müssen beide Richtungsvektoren gleichlang sein



$\hookrightarrow \frac{1}{3} \vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$
 $w_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$

Für zweite Winkelhalbierende mit $-\vec{u}$ arbeiten

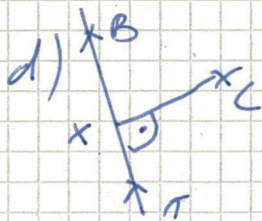
$-\frac{1}{3} \vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$w_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

c) Skalarprodukt der Richtungsvektoren muss 0 sein

$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = -1 - 4 + 5 = 0 \checkmark$

Alternativ: Gesamtwinkel der beiden Winkel zwischen den Geraden ist 180° . Hälfte (Winkelhalbierende) ist 90°

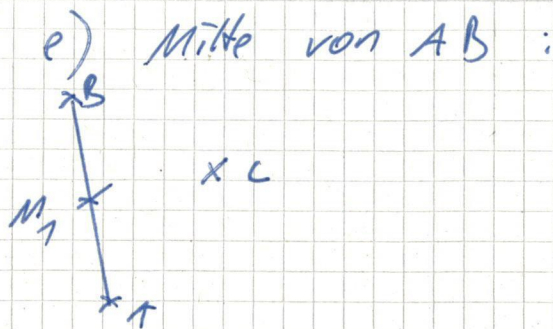


X ist Schnittpunkt. Gesuchter Richtungsvektor $\vec{CX} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2-3t \\ -1+6t \\ 4-6t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +3t \\ -6t \\ -3+6t \end{pmatrix}$

Skalarprodukt mit $\vec{u}$ muss Null sein

$\begin{pmatrix} +3t \\ -6t \\ -3+6t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix} = -9t - 36t + 18 - 36t = 0$
 $18 - 81t = 0$
 $t = \frac{2}{9}$

$\vec{CX} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{4}{3} \\ -\frac{5}{3} \end{pmatrix} \rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$



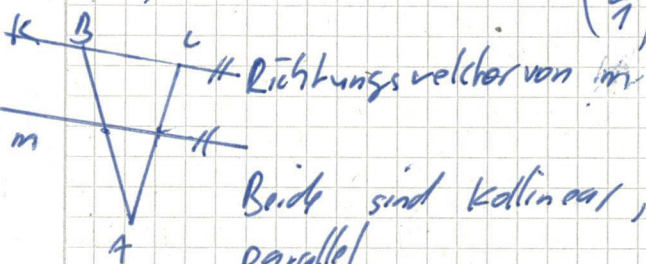
$$\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1.5 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$f: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1.5 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

f) Mitte von AB: $\begin{pmatrix} 0.5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

gerade AC $\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2.5 \end{pmatrix}$

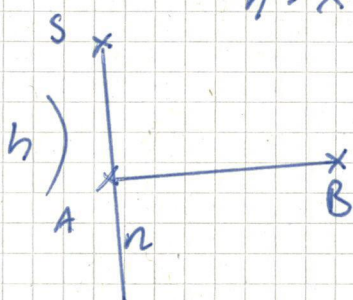


Beide sind kollinear, M_1 sicher nicht auf AB, also parallel

alternativ: Zusammenhang in 3. Klasse gezeigt.

g) Richtungsvektor: $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$n: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$



$\vec{u} = \vec{AB}$ nach Konstruktion senkrecht zu n , der gesuchte Abstand ist die Länge von $\vec{u}$, also 9